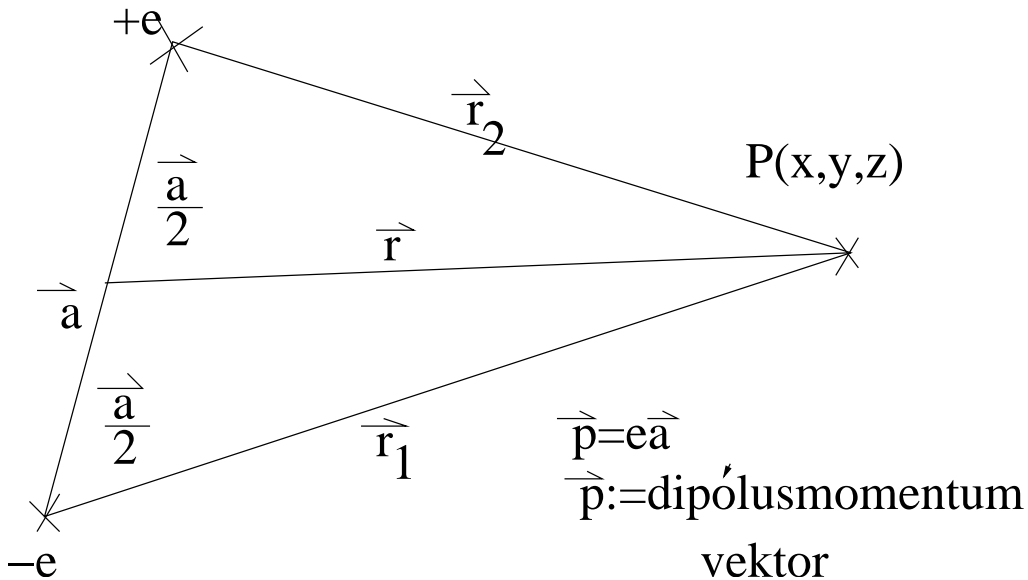


# ELEKTRODINAMIKA

(7. Előadás)

## Dipólus elektrosztatikus tere



Határozzuk meg a  $\vec{p}$  dipólusmomentumú rendszer elektrosztatikus terét a dipóltól távoli P pontban.

A tér potenciálja két pontszerű töltés potenciáljának összegeként írható fel:

$$\phi(P) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{1}{4\pi} \frac{e(r_1 - r_2)}{\epsilon_0 r_1 r_2}.$$

$r_1 :=$  a negatív töltés távolsága a  $P$  ponttól,

$r_2 :=$  a pozitív töltés távolsága a  $P$  ponttól,

$$\vec{r}_1 = \vec{r} + \frac{\vec{a}}{2}, \quad \vec{r}_2 = \vec{r} - \frac{\vec{a}}{2}.$$

Ezek négyzetreemelésével kapjuk:

$$r_1^2 = r^2 + (\vec{r}, \vec{a}) + \frac{a^2}{4}, \quad r_2^2 = r^2 - (\vec{r}, \vec{a}) + \frac{a^2}{4}.$$

Ha a  $P$  pont messze van a dipólustól, vagy a két töltés igen közel van egymáshoz, akkor az  $a^2$ -es tagok elhanyagolhatók a többi mellett. Ebben a közelítés-

ben írható:

$$r_1^2 = r^2 + (\vec{r}, \vec{a}), \quad r_2^2 = r^2 - (\vec{r}, \vec{a}),$$

$$r_1^2 - r_2^2 = (r_1 - r_2)(r_1 + r_2) = 2(\vec{r}, \vec{a}),$$

$$r_1 - r_2 = \frac{2(\vec{r}, \vec{a})}{(r_1 + r_2)}.$$

Ezt a kifejezést a  $\phi(P)$  potenciál kifejezésébe beírva:

$$\phi(P) = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \frac{e}{r_1 r_2} \cdot \frac{2}{(r_1 + r_2)} (\vec{r}, \vec{a}) = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \frac{2}{r_1 r_2 (r_1 + r_2)} (\vec{p}, \vec{r}).$$

Vegyük figyelembe, hogy  $a$  kicsi az  $r_1$ -hez és  $r_2$ -höz képest. Ekkor  $r_1 + r_2 \approx 2r$ ,

$r_1 \cdot r_2 \approx r^2$ . A dipólus sztatikus terének potenciálja az alkalmazott közelítésben tehát:

$$\phi(P) = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \frac{(\vec{p}, \vec{r}')}{r^3}. \quad *$$

A felhasznált közelítésünk annál inkább érvényes, minél közelebb van a két töltés egymáshoz, vagyis minél kisebb az  $\vec{a}$  távolság. Ha a pontszerű dipólus határesetére térünk át, \* a potenciál pontos kifejezését adja. \* átírható a következő alakba is:

$$\phi(P) = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} (\vec{p}, \text{grad} \frac{1}{r}),$$

ahol a gradiens művelet a dipólus koordinátái szerinti deriváltakat tartalmazza.

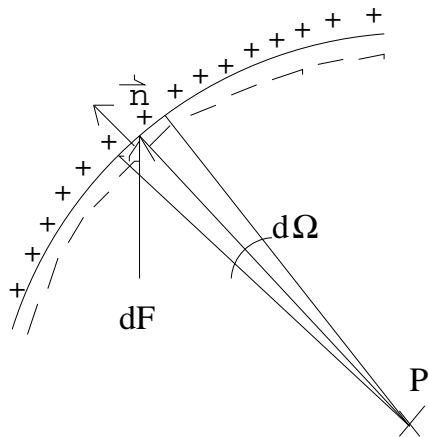
Ezen kifejezésből a térerősség a következő:

$$\vec{E} = -\text{grad}\phi,$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{grad} \frac{(\vec{p}, \vec{r})}{r^3} = \left( \frac{3(\vec{p}, \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3} \right) \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

Pontszerű dipólus elektromos terének  $\vec{E}$  térerőssége a dipólustól mért távolság harmadik hatványával fordítottan arányos. A dipólus terének tehát erősebb szingularitása van, mint a ponttöltés terének.

### Kettősréteg



Folytonos felületi dipóluseloszlás

Az elemi dipólusok momentumának iránya a negatív töltésű oldaltól a pozitív felé mutató felületi normális irányával egyezik meg.

A dipóluseloszlás jellemzésére a felületi dipólmomentum-sűrűséget használjuk:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta F}.$$

Feladat: A kettősréteg elektrosztatikus terének meghatározása;

$$\Delta \vec{p} = \vec{\nu} dF.$$

A kettősréteget  $\Delta \vec{p} = \vec{\nu} \Delta F$  momentumú elemi dipólusok felületi eloszlásaként fogjuk fel. A tér potenciálja ezen elemi dipólusok potenciáljának összegével állítható elő:

$$\phi(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum (\Delta \vec{p}, \text{grad} \frac{1}{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum (\vec{\nu}, \text{grad} \frac{1}{r}) \Delta F,$$

⇓

$$\phi(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_F (\vec{\nu}, \text{grad} \frac{1}{r}) dF,$$

(a gradiens képzés a felületi pontok kordinátái szerint értendő)

$$\text{grad} \frac{1}{r} = -\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

$\frac{\vec{r}}{r} :=$  a  $P$  ponttól a felületi pont felé mutató egységvektor. Írjuk a dipólusmomentum sűrűségét a következő alakba:

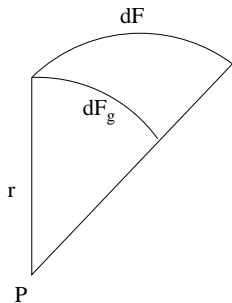
$$\vec{\nu} = \nu \vec{n}.$$

Ezzel a potenciál:

$$\phi(P) = -\frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int \frac{\nu}{r^2} (\vec{n}, \frac{\vec{r}}{r}) dF = -\frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int \nu \cos(n, r) \frac{dF}{r^2}.$$

{Itt  $\cos(n, r)$  az  $\vec{n}$  és  $\frac{\vec{r}}{r}$  egységvektorok által bezárt szög koszinusza.}

Az értelmezésből következik, hogy  $\cos(n, r)$  akkor pozitív, ha a  $P$  pont a negatív bevonatú oldalon van, és negatív a másikon.



$$dF |\cos(n, r)| = dF_g$$

Az  $r$  sugarú gömbfelület  $dF$  felület-eleme  $r^2$ -szerese annak a  $d\Omega$  térszög-nek, amely alatt a  $dF_g$ , illetve  $dF_g$  a  $P$  pontból látszik:

$$dF_g = r^2 d\Omega.$$

1. Legyen  $P$  a negatív bevonatú oldalon. Ekkor  $\cos(n, r) > 0 \Rightarrow dF \cos(n, r) = r^2 d\Omega \Rightarrow$

$$\phi(P_-) = \frac{-1}{\epsilon_0 4\pi} \int \nu \cdot d\Omega.$$

2. Legyen  $P$  a pozitív bevonatú oldalon. Ekkor  $\cos(n, r) < 0 \Rightarrow dF \cos(n, r) = -r^2 d\Omega \Rightarrow$

$$\phi(P_+) = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int \nu d\Omega.$$

$d\Omega$ -nak előjelet tulajdonítva:  $d\Omega$  pozitív (+), ha  $P$  a pozitív bevonatú oldalon van, és  $d\Omega$  negatív (-), ha  $P$  a negatív bevonatú oldalon van.

Kettősréteg potenciálja:  $\phi(P) = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int \nu \cdot d\Omega$ .

Homogén kettősréteg potenciálja:  $\phi(P) = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int \nu \cdot d\Omega = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \nu \Omega$ .

Homogén, zárt kettősréteg potenciálja  $\forall$  külső pontban 0, a belső pontokban pedig értéke állandó, ennek értéke  $\pm \frac{\nu}{\epsilon_0}$  asszerint, hogy a pozitív vagy pedig a negatív bevonatú oldal van belül.

### Térfogati dipóluselozlás (elektrétek) elektrosztatikus tere

Tételezzük fel, hogy a tér  $V$  térfogatát olyan anyag tölti ki, amelyekben az elemi dipólusok folytonosan oszlanak el. Az állandó térfogati dipóluselozlással rendelkező testeket elektréteknek nevezzük. A térfogati dipóluselozlás jellemzésére a

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta V}$$

egyenlettel definiált  $\vec{P}(\vec{r})$  dipólusmomentum sűrűséget használjuk. Az általa

keltett sztatikus tér potenciálját elemi dipólusok potenciáljának összegeként állítjuk elő, majd a folytonos eloszlás határesetére áttérve, ez az összeg térfogati integrálba megy át. A keresett potenciál a következő:

$$\phi = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_V (\vec{P}, \text{grad} \frac{1}{r}) dV.$$

Felhasználva a  $\text{div}(\vec{P} \cdot \frac{1}{r}) = \frac{1}{r} \text{div} \vec{P} + (\vec{P}, \text{grad} \frac{1}{r})$  azonosságot:

↓

$$\phi = -\frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_V \frac{\text{div} \vec{P}}{r} dV + \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_V \text{div}(\vec{P} \frac{1}{r}) dV,$$

↓ (Gauss-tétel)

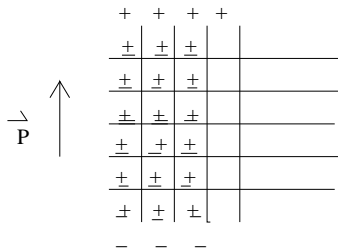
$$\phi = -\frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_V \frac{\text{div} \vec{P}}{r} dV + \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_F \frac{P_n}{r} dF.$$

Bevezetve a  $\rho_p = -\operatorname{div}\vec{P}$  és  $\eta_p = P_n$  mennyiségeket,

a  $\phi$  potenciál olyan alakra hozható, mint a  $\rho_p$  térfogati és  $\eta_p$  felületi sűrűségű töltéseloszlás potenciálja:

$$\phi = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_V \frac{\rho_p}{r} dV + \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_F \frac{\eta_p}{r} dF.$$

A térfogati dipólmomentum sűrűség eloszlással tehát ekvivalens a  $\rho_p = -\operatorname{div}\vec{P}$  sűrűségű térfogati, és az  $\eta_p = P_n$  sűrűségű felületi töltéseloszlás. A  $\rho_p$ ,  $\eta_p$  sűrűségeket polarizációs töltéssűrűségeknek nevezzük. Ha  $\vec{P}$  az anyag belsejében állandó  $\Rightarrow$  homogén a dipóluseloszlás  $\Rightarrow \operatorname{div}\vec{P} = -\rho_p = 0$ .



Homogén dipóluselozslású anyag belsejében minden elemi térfogatban ugyanannyi pozitív töltés van, mint negatív. Az egymáshoz szabályosan illeszkedő elemi dipólusok + és - pólusai kompenzálják egymást. A felület mentén marad csak kompenzálatlan pólus, és ezért a felületnek van töltése.

A korábbiakban a Green-tétel felhasználásával elvégzett bizonyítás alapján nyilvánvaló, hogy az elektrétek potenciáljára teljesül, hogy:

$$\Delta\phi = \frac{\text{div}\vec{P}}{\epsilon_0},$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\phi,$$

↓

$$\text{div}\epsilon_0\vec{E} = -\text{div}\vec{P}.$$

$\vec{E}$  az elektréteken kívül divergenciamentes, azon belül pedig forrásai vannak ott, ahol  $\text{div} \vec{P} \neq 0$ ,

$$\text{div}(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = 0,$$

$$\Downarrow \text{(2.ME)} \quad \text{div} \vec{D} = 0,$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Az elektréteken kívül  $\vec{P} = 0$ , ezért  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ .

### Elektrosztatikus tér szigetelőkben. Dielektrikumok

Ha vákuumban vagyunk:  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ .

Ha valamilyen közegben vagyunk:  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$ .

A közegnek igen lényeges szerepe van az elektromos tér kialakításában. Mostantól a szigetelőanyagok, az úgynevezett dielektrikumok elektromos teret befolyásoló hatását vizsgáljuk.

Izotróp közeg:  $\epsilon_r$  skalár.

Homogén, izotróp közeg:  $\epsilon_r$  állandó.

Általános esetben  $\epsilon_r$  függhet a helytől és az anyag sűrűségétől is.

Sztatikus tér esetén mind az  $\vec{E}$ , mind pedig a  $\vec{D}$  vektor a helynek függvénye:

$\vec{D} = \vec{D}(x, y, z)$ ,  $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$ . Homogén szigetelők esetén  $\epsilon_r$  állandó, inhomogén szigetelőknél pedig  $\epsilon_r$  is a hely függvénye.

### Az elektrosztatikus tér alapegyenletei dielektrikumokban

1.  $rot \vec{E} = 0$ ,

2.  $div \vec{D} = \rho$ ,

3.  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$ ,  $\rho(\vec{r}, t) \Rightarrow \vec{E}(\vec{r}) \Rightarrow \vec{D}(\vec{r})$ ,

4.  $D_{n_2} - D_{n_1} = \eta$ ,

5.  $E_{t_2} - E_{t_1} = 0$ .

1.-ből következik:

$$\vec{E} = -\text{grad}\phi.$$

Behelyettesítve 2.-be:

$$-\text{div}\epsilon_0\epsilon_r\text{grad}\phi = \rho.$$

Ha a közeg homogén ( $\epsilon_r = \text{áll.}$ ), akkor

$$-\Delta\phi = \frac{\rho}{\epsilon_0\epsilon_r}.$$

Ez a Poisson-egyenlet.

A 4. és 5. határfeltételi egyenletek kifejezhetők a  $\phi$  potenciál segítségével. A két közeg dielektromos együtthatóját  $\epsilon_1$  és  $\epsilon_2$ -vel jelölve, a 3. egyenletet

figyelembe véve a következő adódik:

$$\epsilon_2(\text{grad } \phi)_{n_2} - \epsilon_1(\text{grad } \phi)_{n_1} = -\eta,$$

$$(\text{grad } \phi)_{t_2} - (\text{grad } \phi)_{t_1} = 0.$$

A Poisson-egyenlet megoldása a következőképpen írható:

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho}{\epsilon_r r} dV. \quad * *$$

Ha a szigetelőkben elektromosan töltött vezetők vannak, az általuk keltett sztatikus tér potenciálja a korábbi megoldások mintájára a következő:

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\eta}{\epsilon_r r} dF. \quad * * *$$

Ismert  $\rho$ , illetve  $\eta$  töltéssűrűségek esetén a sztatikus tér potenciálját a \*\* és \*\*\* egyenletek segítségével határozhatjuk meg.

Vezetők esetén  $\eta$  általában nem adható meg egyszerű függvény segítségével. Ilyenkor a vákuumbeli esethez hasonlóan járunk el szigetelők esetében is. A keresett  $\phi$  potenciálnak a vezetőkön kívül ki kell elégítenie a

$$\Delta\phi = 0$$

egyenletet, és a következő feltételeket:

- $\phi$  a vezetők felületén (és azok belsejében) állandó;
- az  $(\epsilon_0\epsilon_r\text{grad}\phi)_n$ -nek a vezető felületére vett integrálja a vezető összes töltésének  $(-1)$  szeresével egyenlő:

$$\oint_F \epsilon_0\epsilon_r(\text{grad}\phi)_n dF = -e.$$

A homogén szigetelőben elhelyezett  $e$  pontszerű töltés elektrosztatikus térének potenciálja a tér  $x, y, z$  koordinátájú P pontában:

$$\phi(P) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{e}{r},$$

ahol  $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$ ,

a P potenciálpont és az  $x_0, y_0, z_0$  koordinátájú töltés közötti távolság.

A térerősség  $\vec{E} = -grad \phi$  alapján számítható:

$$\vec{E} = -grad \phi = \frac{e}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}.$$

Itt  $\frac{\vec{r}}{r}$  a ponttöltéstől a P pont felé mutató egységvektor. A tér gömbszimmetrikus és sugárirányú. Erőssége a vákuumbeli értékének  $\epsilon_r$ - ed része.

Két töltés között fellépő Coulomb erő is  $\epsilon_r$ -ed része a vákuumbelinek

$$\left| \vec{F} \right| = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r 4\pi} \frac{e_1 e_2}{r^2}.$$

### A dielektrikum polarizációja

Homogén szigetelőekben a  $\rho$  és  $\eta$  sűrűségű töltéseloszlás által keltett tér erősege olyan, mintha azt  $\rho/\epsilon_r$ , illetve  $\eta/\epsilon_r$  sűrűségű töltéseloszlás keltette volna. Ahhoz, hogy a szigetelő szerepének mélyebb fizikai értelmét kiderítsük, a potenciál kifejezését átalakítjuk úgy, hogy az a vákuumbeli kifejezés és a szigetelőkre jellemző  $\phi_d$  potenciál összege legyen. Tehát

$$\phi = \phi_0 + \phi_d.$$

Itt  $\phi_0$  a vákuumban érvényes potenciált jelenti. Egy  $V$  térfogatot homogén szigetelő tölt ki, amelyekben  $\rho$  sűrűségű térfogati töltéseloszlás és  $F$  felületű,

$\eta$  sűrűséggel töltött vezető van elhelyezve. Ekkor:

$$\phi = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_V \frac{\rho}{\epsilon_r r} dV + \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_F \frac{\eta}{\epsilon_r r} dF.$$

A  $V$  térfogatot tekintjük olyan nagynak, hogy az azt határoló  $F'$  felületen kívül töltés már ne legyen. Ekkor azonos átalakítás után:

$$\phi = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_V \frac{\rho}{r} dV + \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_F \frac{\eta}{r} dF + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(1 - \epsilon_r)}{\epsilon_r} \left[ \int_V \frac{\rho}{r} dV + \int_F \frac{\eta}{r} dF \right].$$

Ez a kifejezés az alábbi szerkezetű alakra hozható:

$$\phi = \phi_0 + \phi_d.$$

Itt  $\epsilon_0 \epsilon_r$  kivihető az integrál jel elé, mert feltevésünk szerint a szigetelő homogén, tehát  $\epsilon_0 \epsilon_r = konst.$  Az első két tag legyen  $\phi_0$  a vákuum esetén érvényes

potenciál:

$$\phi_0 = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \left\{ \int_V \frac{\rho}{r} dV + \int_F \frac{\eta}{r} dF \right\}.$$

A dielektrikum hatása a harmadik és negyedik tagban jelenik meg. Vagyis:

$$\phi_d = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \frac{(1 - \epsilon_r)}{\epsilon_r} \left[ \int_V \frac{\rho}{r} + \int_F \frac{\eta}{r} dF \right].$$

Vákuum esetén ( $\epsilon_r = 1$ ), és így  $\phi_d = 0$ .

Vizsgáljuk a  $\phi_d$ -t. A vezető belsejében nincs elektromos tér. Tehát  $D_{n_1} = 0$ , ha  $n_1$  a vezető belsejébe mutató normálist jelöli. Vagyis:

$$\rho = \operatorname{div} \vec{D} \quad ; \quad \eta = D_n.$$

Itt  $\eta = D_n$ -nél elhagytuk a 2-es indexet, és  $D_n$ -en a vezető külső normálisa

irányába eső komponenst értjük. E kifejezések behelyettesítése után  $\phi_d$  a következő alakot veszi fel:

$$\phi_d = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \frac{(1 - \epsilon_r)}{\epsilon_r} \left[ \int_V \frac{\operatorname{div} \vec{\mathbf{D}}}{r} dV + \int_F \frac{D_n}{r} dF \right].$$

Felhasználva:

$$\operatorname{div} \left( \frac{1}{r} \vec{\mathbf{D}} \right) = \frac{1}{r} \operatorname{div} \vec{\mathbf{D}} + \left( \vec{\mathbf{D}}, \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right),$$

$$\phi_d = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \frac{(1 - \epsilon_r)}{\epsilon_r} \left[ \int_V \operatorname{div} \left( \frac{1}{r} \vec{\mathbf{D}} \right) dV - \int_V \left( \vec{\mathbf{D}}, \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) dV + \int_F \frac{D_n}{r} dF \right].$$

Gauss-tétel segítségével kapjuk:

$$\phi_d = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \frac{(1 - \epsilon_r)}{\epsilon_r} \left[ \int_F \frac{D_n}{r} dF - \int_F \frac{D_n}{r} dF - \int_V \left( \vec{\mathbf{D}}, \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) + \int_F \frac{D_n}{r} dF \right].$$

Itt  $F'$  a  $V$  tartomány határoló felülete.

A második és a negyedik integrál kiejti egymást. Ezért  $\phi_d$  a következő:

$$\phi_d = \frac{(\epsilon_r - 1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \int_V (\vec{D}, \text{grad} \frac{1}{r}) dV - \frac{(\epsilon_r - 1)}{\epsilon_0\epsilon_r 4\pi} \int_{F'} \frac{D_n}{r} dF.$$

A  $V$  tartomány  $F'$  határfelületét toljuk ki a végtelenbe. Ez azt jelenti, hogy az egész végtelen teret az  $\epsilon_r$  dielektromos állandójú homogén szigetelő tölti ki. Ekkor a 2. integrál értéke  $\Rightarrow 0$ . Ugyanis  $F' \Rightarrow \infty$  esetén az integrandusz  $1/r^3$  szerint tart zérushoz, a felületelem pedig  $r^2$  szerint. Így az integrál értéke zérushoz tart. A  $\phi_d$  potenciál tehát:

$$\phi_d = \frac{(\epsilon_r - 1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \int_V (\vec{D}, \text{grad} \frac{1}{r}) dV.$$

A  $\vec{D} = \epsilon_0\epsilon_r \vec{E}$  anyagi egyenlet figyelembevételével  $\vec{D}$  -t fejezzük ki  $\vec{E}$  segítségével:

$$\phi_d = \frac{(\epsilon_r - 1)}{4\pi} \int_V (\vec{E}, \text{grad} \frac{1}{r}) dV.$$

A térfogati dipóluselozlás potenciáljának

$$\phi = \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \int_V (\vec{P}, \text{grad} \frac{1}{r}) dV$$

képletével összehasonlítva, látható, hogy  $\phi_d$  az

$$\frac{1}{\epsilon_0} \vec{P} = (\epsilon_r - 1) \vec{E}$$

sűrűségű térfogati dipóluselozlás potenciáljával egyezik meg. Eszerint elektromos tér jelenlétekor a szigetelő úgy tekinthető, hogy abban elemi dipólusok vannak. A dipólusmomentum térfogati sűrűsége arányos az elektromos tér-

erősséggel:

$$\vec{P} = \kappa \epsilon_0 \vec{E},$$

ahol  $\kappa = (\epsilon_r - 1)$ .

$\kappa \doteq$  elektromos szuszceptibilitás. A dipólusmomentum sűrűségét más néven polarizáció vektornak is nevezzük.

A térerősséggel arányos dipólmomentumsűrűség lényegében kétféleképpen állhat elő:

1. A szigetelőt alkotó molekuláknak már eleve van dipólusmomentuma. A töltéseloszlás olyan, hogy a + és - töltések súlypontja nem esik egybe. Elektromos tér nélkül a molekulák dipólusai teljesen rendezetlen eloszlásban vannak. Ezért

a szigetelő eredő dipólusmomentuma zérus. Elektromos tér hatására a dipólusok rendeződnek, s igyekeznek beállni a tér irányába. Ez a folyamat függ a hőmérséklettől. A molekulák állandó hőmozgása a rendeződés ellen hat.

2.  $\vec{E}$ - nélkül a molekuláknak vagy atomoknak nincs elektromos dipólus momentuma. Az  $\vec{E}$  a molekulán vagy atomon belüli töltéseloszlást megváltoztatja. A kétféle töltés szétválasztása csak a molekulán vagy atomon belül történik meg, elentétben a vezetőkkel, ahol töltés vándorlás van. Az  $\vec{E}$  kis molekuláris dipólusokat hoz létre. Ez az effektus független a hőmérséklettől. A jelenséget dielektromos polarizációnak nevezzük. Látszik a  $\vec{P} = \kappa\epsilon_0\vec{E}$  képletből, hogy a szigetelő polározottsága megszűnik, ha az  $\vec{E}$  teret kikapcsoljuk.

$$\phi = \phi_0 + d_d = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho}{r} dV + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\eta}{r} dF + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V (\vec{P}, \text{grad} \frac{1}{r}) dV.$$

A szigetelők térmódosító hatása úgy magyarázható, hogy az  $\vec{E}$  elektromos tér a dielektrikum polarizációja révén a szigetelőben polarizációs töltéseket hoz létre, amelyek tere hozzáadódik az eredeti térhez:

$$\rho_p = -\operatorname{div} \vec{\mathbf{P}},$$

$$\eta_p = P_n,$$

$$\rho + \rho_p = \rho - \operatorname{div} \vec{\mathbf{P}} = \rho - \kappa \epsilon_0 \operatorname{div} \vec{\mathbf{E}} = \rho - \kappa \frac{\rho}{\epsilon_r} = \frac{\rho}{\epsilon_r} (\epsilon_r - \kappa) = \frac{\rho}{\epsilon_r},$$

$$\eta + \eta_p = \eta - \kappa \frac{\eta}{\epsilon_r} = \frac{\eta}{\epsilon_r} (\epsilon_r - \kappa) = \frac{\eta}{\epsilon_r}.$$