ELEKTRODINAMIKA

(9. Előadás)

Stacionárius áramok

$$I = \int_{F'} \overrightarrow{\boldsymbol{j}}\, d\overrightarrow{\boldsymbol{F}}.$$

Ebben a részben csak vezetési árammal foglalkozunk (konduktív áram).

A Maxwell-egyenletek az alábbi alakban érvényesek:

$$rot\overrightarrow{\boldsymbol{H}} = \overrightarrow{j}, \qquad 1.$$

$$div\overrightarrow{\boldsymbol{D}} = \rho, \qquad 2.$$

$$rot\overrightarrow{\boldsymbol{E}} = 0, \qquad 3.$$

$$div\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = 0. \qquad 4.$$

Később látni fogjuk, hogy az 1. és 3. ME-ből következik, hogy a vezetőben egyenáramok esetén 0-val egyenlő a töltés térfogati sűrűsége. Tehát $\rho = 0$.

Ezért:

$$div\overrightarrow{\boldsymbol{D}} = 0. \qquad 2'.$$

Hozzá kell még venni az anyagi egyenleteket:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{D}} = \epsilon\overrightarrow{\boldsymbol{E}},$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = \mu\overrightarrow{\boldsymbol{H}},$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{j}} = \sigma\overrightarrow{\boldsymbol{E}}.$$

Valamint a térmennyiségekre vonatkozó határfeltételeket.

Határfeltétel az áramsűrűség normális komponensére

Gondoljunk el egy véges keresztmetszetű vezetőt, amelyben $\overrightarrow{\boldsymbol{j}}$ sűrűségű áram folyik. A vezetőt σ vezetőképességgel jellemezzük. Képezzük az 1. ME mindkét oldalának divergenciáját:

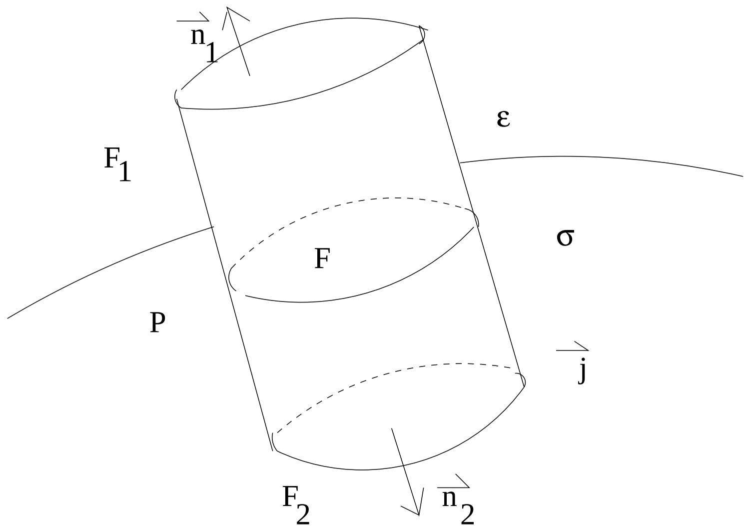
$$divrot\overrightarrow{\boldsymbol{H}} = div\overrightarrow{\boldsymbol{j}}.$$

Mivel

$$(divrot\overrightarrow{\boldsymbol{H}} = 0), \qquad \Rightarrow \qquad div\overrightarrow{\boldsymbol{j}} = 0.$$

Az egyenáram áramsűrűsége tehát divergenciamentes. Ez azt jelenti, hogy az áramvonalak zárt görbék. Természetesen ez lehet úgy is, hogy a végtelenben záródnak. Pl. végtelen hosszú lineáris vezető.

Tekintsünk olyan hasábot, amelynek egy része vezetőbe nyúlik, másik része pedig a vezetőt körülvevő szigetelőben van.



A hasábot határoló felületek: F_1, F_2 , P.

Integráljuk a $div\,\overrightarrow{\boldsymbol{j}} = 0$ egyenletet a hasáb térfogatára:

$$\int_V div\,\overrightarrow{\boldsymbol{j}}\,dV = 0.$$

Gauss-tétellel:

$$\int_{F_1} j_n dF + \int_{F_2} j_n dF + \int_P j_n dF = 0.$$

Az F_1 és $F_2 - t$ ráhúzzuk a vezető határfelületére, miközben $\lim_{F_1, F_2 \to F} P = 0$. Ekkor a 3. integrál $\to$ 0. (Az integradusz korlátos, integrációs tartomány zérus.)

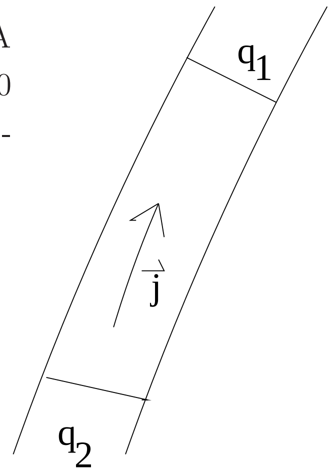
$$\int_F (j_{n_1} - j_{n_2}) dF = 0, \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{n}} = \overrightarrow{\boldsymbol{n}_1}.$$

Mivel az F tetszőleges $\Rightarrow j_{n_1} = j_{n_2}$.

(A vezető felületén az áramsűrűség normális komponenese folytonosan megy át.) Ha a vezető szigetelőbe ágyazott, akkor $j_{n_1} = 0, \Rightarrow j_{n_2}$ is eltűnik a szigetelővel határolt felület mentén.

Ennek alapján belátható, hogy véges keresztmetszetű vezető tetszőleges két keresztmetszetére vonatkozó áramerősség egyenáramoknál megegyezik egymással.

Legyen a két keresztmetszet felülete q_1, illetve q_2. A vezetőt szigetelő vegye körül. Integráljuk a $div\overrightarrow{\boldsymbol{j}} = 0$ egyenletet a q_1−gyel és q_2−vel határolt vezető tartományra.



$$\int_V div\overrightarrow{\boldsymbol{j}}\,dV = 0.$$

(Gauss-tétel)

$$\int_{q_1} j_n dF - \int_{q_2} j_n dF + \int_{palast} j_n dF = 0.$$

Mivel a vezető szigetelővel határolt felületén $j_n = 0$, a palástra vett integrál értéke 0. Az első két integrál értéke pedig az e két helyen vett áramerősséggel azonos. Kapjuk tehát:

$$I_1 = I_2.$$

I_1 a q_1, míg I_2 a q_2 keresztmetszetre vonatkozó áramerősséget jelenti.

Áramforrások. Általánosított Ohm - törvény

$$I = \frac{\triangle\phi}{R}.$$

Látszik, hogy a vezetőben addig folyik áram, amíg a két pontja között $\triangle\phi$ potenciálkülönbség van. Az áram fenntartásához az kell, hogy valamilyen „elektromotoros erő” állandó értéken tartsa a potenciálkülönbséget.

Azokon a helyeken, ahol ilyen elektromotoros erők fellépnek, éppen úgy részt vesznek a töltések mozgatásában, mint a potenciálkülönbséggel kapcsolatos elektromos térerősség. Ezeken a helyeken $\overrightarrow{\boldsymbol{E}} = 0$ lehet akkor is, ha $\overrightarrow{\boldsymbol{j}} \neq 0$. Ezért az Ohm-törvényt általánosítanunk kell a következő alakban:

$$\overrightarrow{j} = \sigma(\overrightarrow{\boldsymbol{E}} + \overrightarrow{\boldsymbol{E}}'),$$

ahol $\overrightarrow{\boldsymbol{E}}'$ az elektromotoros erőre jellemző vektor, amely általában a helynek a függvénye. Azokat a helyeket nevezzük áramforrásoknak, ahol

$$\overrightarrow{\boldsymbol{E}}' \neq 0.$$

<u>Egyenáramok elektromos terének meghatározása</u>

<u>Alapfeladat</u>: ismert $\overrightarrow{\boldsymbol{E}}' = \overrightarrow{\boldsymbol{E}}'(\overrightarrow{\boldsymbol{r}})$ (az áramforrások helyén különbözik csak zérustól) és a vezetőkre jellemző $\sigma(\overrightarrow{\boldsymbol{r}})$ vezetőképesség, amely inhomogén vezetők

esetén függ a helytől, és csak homogén vezetőknél állandó. Keressük a $\overrightarrow{\boldsymbol{j}}(\overrightarrow{\boldsymbol{r}})$-t $\Rightarrow$ $\overrightarrow{\boldsymbol{E}}(\overrightarrow{\boldsymbol{r}})$.

$$\overrightarrow{\boldsymbol{E}} = -grad\phi. \qquad 3.\ ME$$

Az $\overrightarrow{\boldsymbol{E}}(\overrightarrow{\boldsymbol{r}})$ meghatározását itt is visszavezetjük a $\phi(x,y,z)$ meghatározására. A ϕ-re vonatkozó differenciálegyenlet a következőképpen kapható:

$$div\overrightarrow{\boldsymbol{j}} = 0, \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{j}} = \sigma(\overrightarrow{\boldsymbol{E}} + \overrightarrow{\boldsymbol{E}}^{,}), \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{E}} = -grad\phi.$$

$$div[\sigma(\overrightarrow{\boldsymbol{E}}^{,} - grad\phi)] = 0. \qquad *$$

A ϕ potenciál a * egyenlet megoldásával kapható. Homogén vezetőkben az áramforráson kívül ($\overrightarrow{\boldsymbol{E}}' = 0$), ϕ a

$$divgrad\phi \equiv \triangle\phi = 0, \qquad **$$

egyenletet elégíti ki.

Az elektrosztatika $\triangle\phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0\epsilon_r}$ egyenletével összehasonlítva, látszik, hogy homogén vezetőben egyenáramok esetén zérus az elektromos töltés ρ térfogati sűrűsége. (Anyagszerkezet: A negatív töltésű elektronok a pozitív fémionok rácsterében mozognak. Egyenáram esetén minden elemi tartományban ugyanannyi negatív töltés van, mint pozitív.)

A * és ** egyenletek megoldásánál figyelembe kell venni a vezetők és szigetelők határára vonatkozó határfeltételi egyenleteket.

Gondoljunk el két különböző vezetőt. Egyik σ_1, másik σ_2. Meghatározzuk a két vezető elválasztó felületére vonatkozó határfeltételeket.

Az elektromos térerősség tangenciális koponensére vonatkozó

$$E_{t_1} = E_{t_2}$$

határfeltétel most is érvényes.

A térerősség vektor normális komponensére vonatkozó határfeltétel $(j_{n_1} = j_{n_2})$ a $\overrightarrow{j} = \sigma \overrightarrow{E}$ Ohm-törvény felhasználásával:

$$\sigma_1 E_{n_1} = \sigma_2 E_{n_2}.$$

Az előbbi két határfeltételi egyenletet a potenciál gradiensének megfelelő komponenseire átírva:

$$(grad\phi)_{t_1} = (grad\phi)_{t_2},$$

$$\sigma_1(grad\phi)_{n_1} = \sigma_2(grad\phi)_{n_2}.$$

Ezeken kívül kielégítendők még a különböző szigetelők határára vonatkozó egyenletek is:

$$(grad\phi)_{t_1} = (grad\phi)_{t_2},$$

$$\epsilon_1(grad\phi)_{n_1} = \epsilon_2(grad\phi)_{n_2}.$$

Ezután $\phi \Rightarrow \overrightarrow{\boldsymbol{E}}$, $(\overrightarrow{\boldsymbol{E}} = -grad\phi)$ megkapható. $\Rightarrow \overrightarrow{\boldsymbol{j}} = \sigma(\overrightarrow{\boldsymbol{E}} + \overrightarrow{\boldsymbol{E}}')$ felhasználásával adódik $\overrightarrow{\boldsymbol{j}}$.

A probléma megoldását a bonyolult határfeltételek teszik nehézzé. Egyszerűen megoldhatók azok a feladatok, amelyeknél a vezető ∞ kiterjedésű, mert ilyenkor határfeltételek nem lépnek fel. Vagy, ha véges keresztmetszetű, végtelen vezetőről van szó.

<u>Integrális Ohm-törvény zárt áramkörre</u>

A gyakorlatban előforduló egyszerűbb esetekben célszerű $\overrightarrow{\boldsymbol{j}}$ helyett az I áramerősséget kiszámítani.

Gondoljunk el lineáris vezetőből álló zárt áramkört, amelyben egy helyen valamilyen áramforrást (galvánelemet) helyeztünk el. Az áramforrás helyén $\overrightarrow{\boldsymbol{E}}' \neq 0$. Lineárisnak nevezzük a vezetőt akkor, ha az áramerősség iránya megegyezik a $d\overrightarrow{\boldsymbol{s}}$ vonalelem irányával.

A vezetőben folyó áram sűrűsége $\overrightarrow{\boldsymbol{j}} = \sigma(\overrightarrow{\boldsymbol{E}} + \overrightarrow{\boldsymbol{E}}')$ szerint függ a vezetőben uralkodó $\overrightarrow{\boldsymbol{E}}$ térerősségtől és $\overrightarrow{\boldsymbol{E}}'$ -től. Tekintsük tehát a

$\overrightarrow{\boldsymbol{j}} = \sigma(\overrightarrow{\boldsymbol{E}} + \overrightarrow{\boldsymbol{E}}')$ egyenletet.

Az egyenlet mindkét oldalát osszuk el σ-val, szorozzuk meg a $d\overrightarrow{\boldsymbol{s}}$ vonalelemmel, majd integráljuk a zárt áramkör alkotta görbére:

$$\oint \frac{\overrightarrow{j}\, d\overrightarrow{\boldsymbol{s}}}{\sigma} = \oint (\overrightarrow{\boldsymbol{E}} + \overrightarrow{\boldsymbol{E}}')d\overrightarrow{\boldsymbol{s}},$$

$$\oint \overrightarrow{\boldsymbol{E}} d\vec{\boldsymbol{s}} = -\oint grad\phi d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} = -\oint d\phi = 0.$$

Mivel a vezető lineáris, $\overrightarrow{\boldsymbol{j}}\, d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} = jds$. A bal oldali integrálban a számlálót és a nevezőt szorozzuk meg a vezető q keresztmetszetével:

$$\oint \frac{jds}{\sigma} = \oint jq\frac{ds}{\sigma q}.$$

$jq = I$, amely I az egész vezető mentén állandó, ezért kiemelhető az integrál jel elé. Ezért:

$I \oint \frac{ds}{\sigma q} = \oint \overrightarrow{\boldsymbol{E}}' d\overrightarrow{\boldsymbol{s}},$ és bevezetjük az $R = \oint \frac{ds}{\sigma q}$ (ohmikus ellenállás)-t.

A jobb oldalon levő körintegrált az áramforrás elektromotoros erejének nevezzük és $\mathcal{E}$- vel jelöljük:

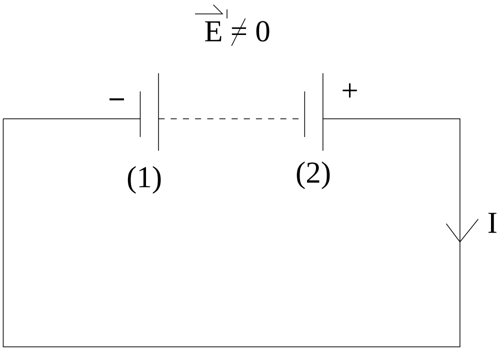
$$\mathcal{E} = \oint \overrightarrow{\boldsymbol{E}}' d\overrightarrow{\boldsymbol{s}}.$$

Ekkor kapjuk:

$$IR = \mathcal{E}.$$

Tehát az áramerősségnek és a zárt áramkör teljes ellenállásának a szorzata az áramforrás $\mathcal{E}$ elektromotoros erejével egyenlő. Az $IR = \mathcal{E}$ összefüggés Ohm-törvénye zárt áramkörre.

Mivel az áramforráson kívül, a homogén vezetőben $\overrightarrow{\boldsymbol{E}}' = 0$, az $\mathcal{E} = \oint \overrightarrow{\boldsymbol{E}}' d\overrightarrow{\boldsymbol{s}}$ körintegrál megegyezik az áramforrás két sarka (a galvánelem két kivezetése) közötti vonalintegrállal:



$\mathcal{E} = \oint \overrightarrow{\boldsymbol{E}}' d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} = \int_1^2 \overrightarrow{\boldsymbol{E}}' d\overrightarrow{\boldsymbol{s}}.$

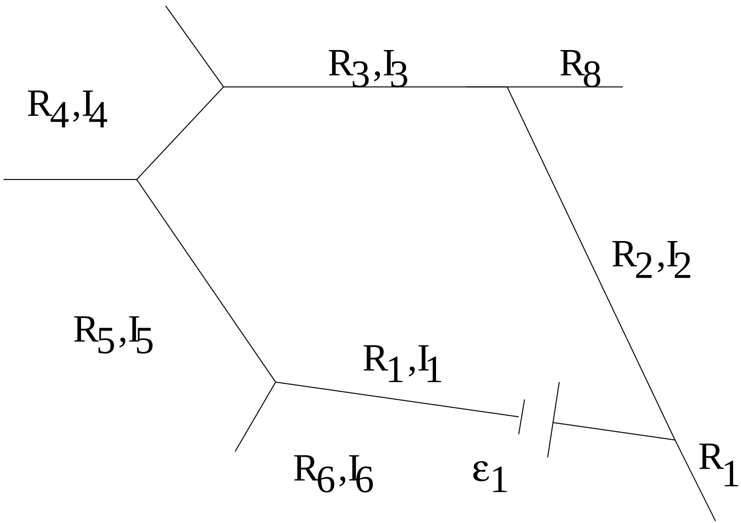
Nyitott elem esetén (lásd ábra) az elektromotoros erő a két kivezetés közötti potenciálkülönbséggel, az úgynevezett kapocsfeszültséggel egyenlő:

$$\phi_2 - \phi_1 = \int_1^2 \overrightarrow{\boldsymbol{E}}' d\overrightarrow{\boldsymbol{s}}.$$

(Az integrációs út — a galvánelem belsejében értendő.)

A Kirchhoff-törvények

Gondoljunk el lineáris vezetőkből álló hálózatot, amely több zárt áramkörből áll.



Feltételezzük, hogy a hálózatban $\mathcal{E}_k$ elektromotoros erejű áramforrások is vannak. Az egyes vezetőszakaszok ellenállását R_k-val, a rajtuk átfolyó áram erősségét I_k-val jelöljük. Kirchhoff első törvénye több vezetődarab találkozási pontjára, az ú.n. elágazási pontokra vonatkozik. Szemeljünk ki egy elágazási pontot, és vegyük körül egy F-zárt felülettel. A zárt felület által meghatározott térfogatot jelöljük V-vel. A $div\,\overrightarrow{\boldsymbol{j}} = 0$ egyenletet integráljuk a V térfogatra:

$$\int_V div\,\overrightarrow{\boldsymbol{j}}\,dV = 0,$$

(Gauss-tétel)

$$\int_F j_n dF = 0. \qquad\qquad *$$

A $\overrightarrow{\boldsymbol{j}}$ áramsűrűség az F felület mentén csak ott különbözik zérustól, ahol az F felületet az egyes vezetőszakaszok átdöfik. Ha a egyes vezetők keresztmetszetét q_1, q_2,...q_k-val jelöljük, akkor * felületi integrál ezen vezetőkeresztmetszetre vett integrálok összegeként írható fel:

$$\int_F j_n dF = \int_{q_1} j_n dF + \int_{q_2} j_n dF + ... + \int_{q_k} j_n dF + ... = 0. \quad **$$

A $\vec{j}$ áramsűrűség normális komponensének a q_k keresztmetszetre vett integrálja a k-adik vezetőszakaszban folyó I_k áramerősséggel egyezik meg. Ezért azt fejezi ki, hogy az elágazási pontba folyó áramerősségek algebrai összege zérus:

$$\sum_k I_k = 0.$$

A Gauss-tétel alkalmazásával az F felület külső normálisát szoktuk pozitívnak választani, ezért a fenti összegben az elágazási pontból kifolyó áram erősségét pozitív, a befelé folyót pedig negatív előjellel kell vennünk.

Kirchhoff második törvénye zárt áramkörökre vonatkozik, és valójában az

$IR = \mathcal{E}$ (Ohm-törvény) általánosítása arra az esetre, amikor az áramkör nem egyetlen, hanem több vezetőszakaszból áll, és a körben esetleg több áramforrás is van. Ehhez a következő gondolatmenettel jutunk. Kiszemelünk a hálózatban egy zárt áramkört és arra alkalmazzuk a

$$\overrightarrow{\boldsymbol{j}} = \sigma(\overrightarrow{\boldsymbol{E}} + \overrightarrow{\boldsymbol{E}}')$$

általánosított Ohm-törvényt. Ennek az egyenletnek a zárt áramkörre vett vonalmenti integrálja a következő:

$$\sum_k R_k I_k = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

Itt az összegzés a zárt áramkört alkotó vezetőszakaszokra értendő. $\mathcal{E}_k$ a k-adik szakaszban lévő áramforrás elektromotoros ereje.

A Kirchhoff-törvények segítségével adott R_k és $\mathcal{E}_k$ értékek esetén meghatározhatjuk a I_k áramerősséget. A Kirchhoff I. törvény minden elágazási pontra felírható, a Kirchhoff II. minden, a hálózatban lévő zárt áramkörre. Így általában több egyenletet kapunk, mint amennyi az ismeretlenek száma. A felírt egyenletek nem függetlenek egymástól. Konkrét esetben ki kell választani a független egyenleteket, és azok egyértelműen megadják a probléma megoldását.

Példa:

K.I.

(1) $\quad -I_1 + I_2 + I_3 = 0,$

(2) $\quad I_1 - I_2 - I_3 = 0,$

K.II.

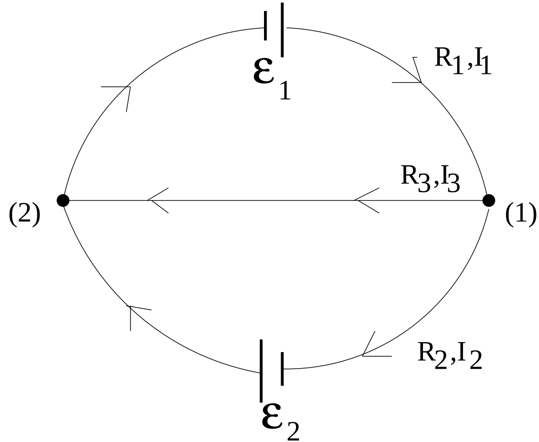
(1)' $\quad R_1 I_1 + R_3 I_3 = \mathcal{E}_1,$

(2)' $\quad R_1 I_1 + R_2 I_2 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2,$

(3)' $\quad R_2 I_2 - R_3 I_3 = \mathcal{E}_2.$

Ismertek: $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, R_1, R_2, R_3

Ismeretlenek: I_1, I_2, I_3



Meghatározásukra 3 független egyenlet elegendő. Ezek az egyenletek nem mind függetlenek, ugyanis (2) az (1) következménye, és (2)' az (1)' és (3)' következménye. Ennél fogva a három független egyenlet pl. (1), (1)' és (3)' egyértelműen meghatározza a keresett áramerősségeket.

Egyenáramok mágneses tere. Biot-Savart-törvény

Az elektromos áram maga körül mágneses teret kelt. Ennek a mágneses térnek a fizikai sajátságait az 1. és 4. ME-ek írják le. Ezek az alapegyenletek:

$$rot\overrightarrow{\boldsymbol{H}} = \overrightarrow{\boldsymbol{j}}, \qquad 1.ME$$

$$div\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = 0, \qquad 4.ME$$

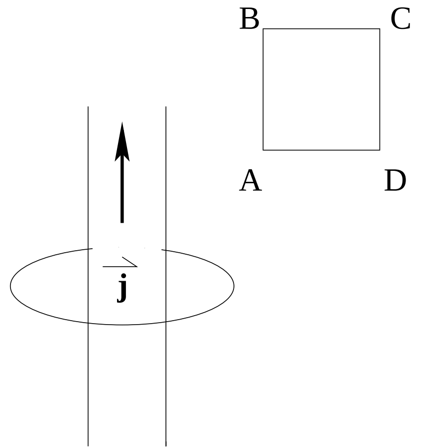
$$\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = \mu\overrightarrow{\boldsymbol{H}}. \qquad 2.AE$$

A $\overrightarrow{\boldsymbol{j}} = \overrightarrow{\boldsymbol{j}}(\overrightarrow{\boldsymbol{r}})$ áramsűrűséget a hely ismert függvényének tekintjük. Feladatunk az általa keltett tér meghatározása.

Egyszerűbb esetekben a $\overrightarrow{\boldsymbol{H}}$ térerősség az 1. ME integrális alakjából könnyen meghatározható. Lássunk egy ilyen példát!

Végtelen egyenes vezető tere

Vegyünk egy végtelen hosszú vezetőt, amelyekben I erősségű áram folyik. Egyszerű meggondolással belátható, hogy a mágneses tér vonalai a vezetőt körök mentén fogják körül, amelyek középpontjai a vezető tengelyvonalán vannak.



— A mágneses tér nem lehet radiális irányú, mert akkor a vonalaknak kezdetük volna a vezető tengelyén, ami ellentmondana a $div\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = 0$ egyenletnek.

— Ha a vezető tengelyével párhuzamosan haladnának, akkor a 1. ME-tel kerülnénk ellentmondásba. Ennek belátása végett tételezzük fel, hogy $\overrightarrow{\boldsymbol{H}}$ a vezető tengelyével párhhuzamos. Vegyünk fel a vezetőn kívül egy négyszöget, és integráljuk az 1. ME-et e zárt görbe által meghatározott felületre, majd vegyük figyelembe a Stokes-tételt, amely szerint a felületi integrál vonal menti integrállá alakítható:

$$\int_F (rot\overrightarrow{\boldsymbol{H}})_n dF = \oint \overrightarrow{\boldsymbol{H}} d\overrightarrow{\boldsymbol{s}},$$

továbbá

$$\oint \overrightarrow{\boldsymbol{H}} d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} = \int_A^B \overrightarrow{\boldsymbol{H}} d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} + \int_B^C \overrightarrow{\boldsymbol{H}} d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} + \int_C^D \overrightarrow{\boldsymbol{H}} d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} + \int_D^A \overrightarrow{\boldsymbol{H}} d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} = 0.$$

A jobb oldal zérus volta következménye annak, hogy a vezetőn kívül vettük fel a zárt görbét, s ott $\overrightarrow{\boldsymbol{j}} = 0$.

A $B \to C$, illetve $D \to A$ vonalon az integrálok értéke zérus, mert feltevésünk szerint $\overrightarrow{\boldsymbol{H}}$ merőleges az integrációs útra. Marad a 1. és 3. integrál. A vezetőtől távolodva a mágneses tér erőssége csökken, ezért az AB szakaszon vett integrál értéke nagyobb, mint a CD szakaszon vett integrálé. Tehát, ha a feltevés igaz lenne, akkor:

$$\oint \overrightarrow{\boldsymbol{H}} d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} = \int_A^B \overrightarrow{\boldsymbol{n}} d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} - \int_D^C \overrightarrow{\boldsymbol{H}} d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} > 0,$$

ami ellent mondana a $rot\overrightarrow{\boldsymbol{H}} = \overrightarrow{\boldsymbol{j}}$ alapegyenletnek. Mivel a tér hengerszimmetrikus, más megoldás nem lehet, mint csak az, amelynél a mágneses térerősség vonalai körök formájában fogják körül a vezetőt. Vegyünk egy r sugarú kört a vezetőn kívül, amelynek középpontja a vezető tengelyén van, és integráljuk a $rot\overrightarrow{\boldsymbol{H}} = \overrightarrow{\boldsymbol{j}}$ egyenletet a kör által meghatározott felületre:

$$\int_F (rot\overrightarrow{\boldsymbol{H}})_n dF = \int_F j_n dF, \qquad \Rightarrow(\text{Stokes-tétel})\Rightarrow \qquad \oint \overrightarrow{\boldsymbol{H}} d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} = I.$$

Mivel a kör kerülete mentén $\overrightarrow{\boldsymbol{H}}$ nagysága állandó, ezért kiemelhető az integrál elé, továbbá $\overrightarrow{\boldsymbol{H}}$ és $d\overrightarrow{\boldsymbol{s}}$ iránya megegyezik, ezért a $\overrightarrow{\boldsymbol{H}}d\overrightarrow{\boldsymbol{s}}$ skalárszorzat a vektorok értékének szorzatával egyenlő. Tehát:

$$\left|\overrightarrow{\boldsymbol{H}}\right| \oint ds = I,$$

$$\left|\overrightarrow{\boldsymbol{H}}\right| 2\pi r = I,$$

$$\left|\overrightarrow{\boldsymbol{H}}\right| = \frac{I}{2\pi r}.$$

A végtelen hosszú egyenes vezetőben folyó I erősségű áram által keltett mágneses térerősség iránya azimutális, nagysága pedig fordítottan arányosan csökken a tengelytől mért távolsággal.

A térerősség a vezető belsejében:

$$\oint \overrightarrow{\boldsymbol{H}} d\overrightarrow{\boldsymbol{s}} = \int_F j_n dF,$$

$$\left|\overrightarrow{\boldsymbol{H}}\right| 2\pi r = \left|\overrightarrow{\boldsymbol{j}}\right| \pi r^2,$$

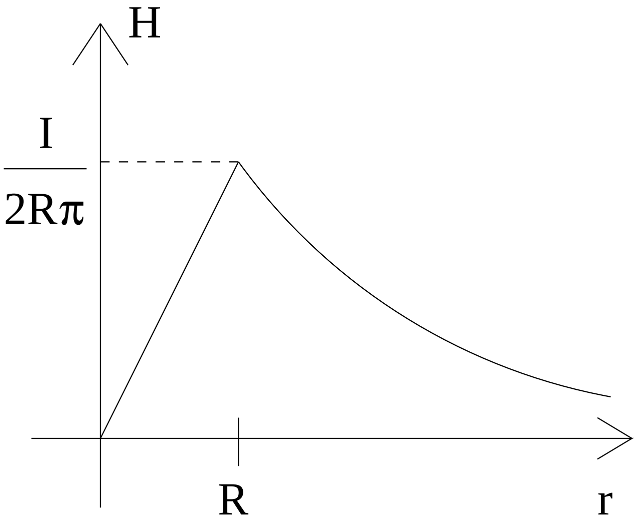
$$\Downarrow$$

$$\left|\overrightarrow{\boldsymbol{H}}\right| = \frac{1}{2\pi r}\left|\overrightarrow{\boldsymbol{j}}\right| \pi r^2,$$

$$\left|\overrightarrow{\boldsymbol{H}}\right| = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{\boldsymbol{j}}\right| r = \frac{1}{\pi 2R^2}\left|\overrightarrow{\boldsymbol{j}}\right| rR^2\pi = \frac{1}{2R^2\pi} Ir,$$

$$\left|\overrightarrow{\boldsymbol{H}}\right| = \frac{1I}{2R^2\pi} r.$$

Tehát egyenesen arányos az r távolsággal. A két eredményt egybefoglalva:



$$\left|\vec{\boldsymbol{H}}\right| = \begin{cases} \frac{I}{2r\pi}\,, & \text{ha } r > R \\ \frac{I}{2R^2\pi} \cdot r\,, & \text{ha } 0 < r < R\,. \end{cases}$$

A vezető határán a külső és belső tér megegyezik és értéke:

$$\left|\vec{\boldsymbol{H}}(R)\right| = \frac{I}{2R\pi}.$$