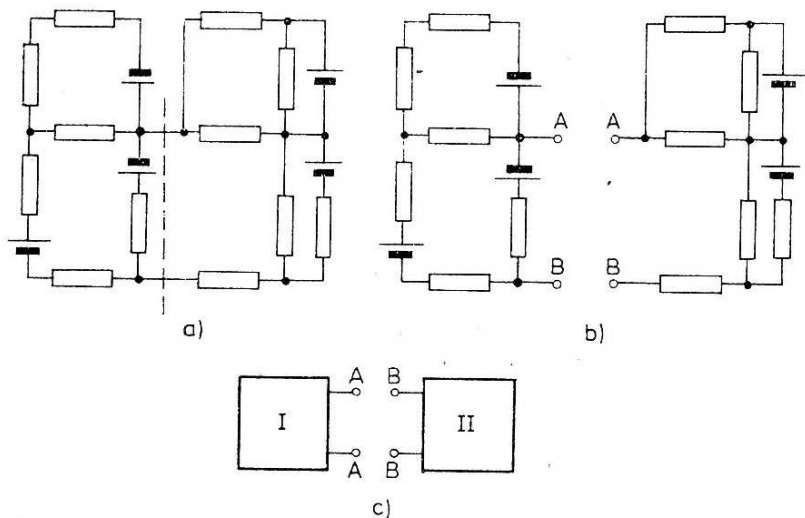


ELEKTRODINAMIKA

Egyenáramú hálózatok 3.

A kétpólus

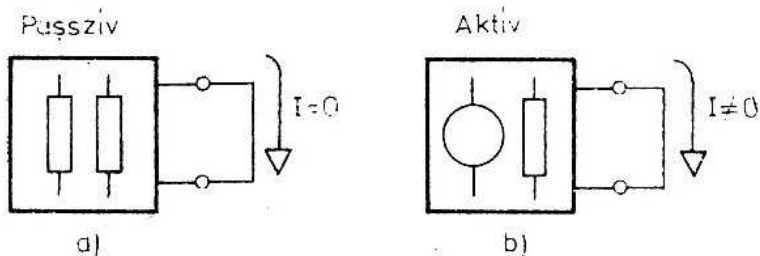
*A kétpólus két kivezetéssel rendelkező hálózatrész (2-21.ábra). Lehet egyetlen elem (pl. ellenállás, vagy telep stb.), de lehet sok elemből felépülő kapcsolat is. Az előbbit *elemi*, az utóbbit *összetett* kétpólusnak nevezzük.*



2-21. ábra
 Kétpólus keletkezése zárt hálózat kettévágásával

aktív kétpólus: a kivezetéseit rövidre zárva a vezetékben tartósan áram folyik;
passzív kétpólus: nincs rövidzárási árama (a konduktív elemekből felépített

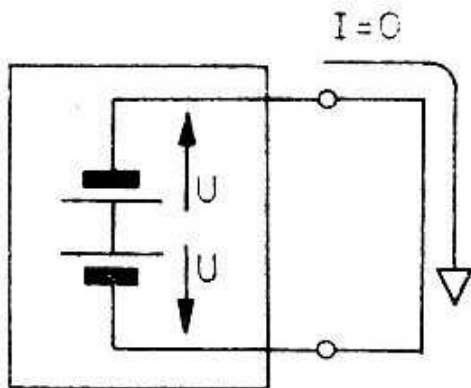
kétpólus mindig passzív, 2-22.ábra);



2-22. ábra

**Az aktív kétpólusnak van, a passzíynak nincs
rövidzárási árama**

A kétpólus aktivitásának szükséges, de nem elégséges feltétele az, hogy benne valamilyen aktív elem, telep, generátor legyen. Nem alkot aktív kétpólust pl. két azonos feszültségű, ellenkapcsolt telep (2-23.ábra).



2-23. ábra

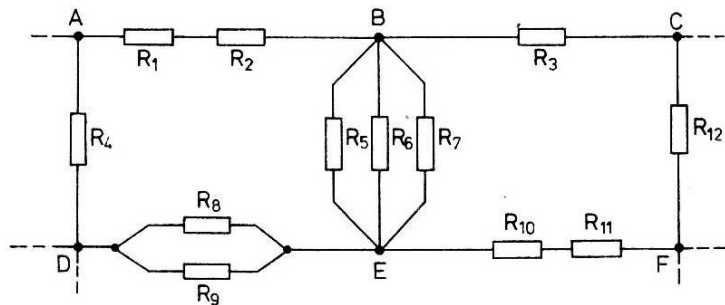
Nem képvisel aktív két-
pólust két azonos feszült-
ségű, ellenkapcsolt telep

A *passzív kétpólus*, ha áram folyik rajta, illetve feszültség mérhető a kapcsain,

mindig teljesítményt vesz fel, *fogyasztóként működik*. Az *aktív kétpólus működhet termelőként*, de *fogyasztóként* is.

Passzív kétpólusok

Az összetett villamos hálózatokban — alapvető alakzatként — soros és párhuzamos kapcsolású konduktív elemeket találunk (2-24.ábra).



2-24. ábra

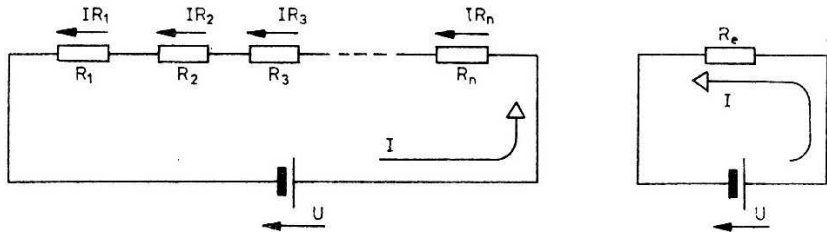
Összetett hálózatokban a konduktív elemek soros és párhuzamos kapcsolása egyidejűleg is előfordulhat

Soros kapcsolás esetén ugyanaz az áram halad keresztül az elemeken.

Párhuzamos kapcsolás esetén az elemek ugyanarra a feszültségre kapcsolódnak, a kivezetéseik közösek.

Az ideális, konduktív elemekből felépített, passzív kétpólus ugyanúgy egyetlen paraméterrel jellemezhető, mint egyetlen konduktív elem. Ez a paraméter az eredő ellenállás, vagy annak reciproka, az eredő vezetés.

Soros kapcsolás



2-25.ábra Az eredő ellenállás értelmezése konduktív elemek soros kapcsolása esetén

Kapcsoljunk az n tagú soros láncra U feszültséget (2-25.ábra). Ennek hatására I áram folyik a körben. Ez az áram ugyanakkora, ha a sorosan kapcsolt ellenállások helyett azok eredőjét kapcsoljuk a telepre. Az I áram hatására a soros ellenálláslánc minden tagján ellenállásértékével arányos feszültség jelenik meg. Felírva a huroktörvényt:

$$IR_1 + IR_2 + \dots + IR_n - U = 0,$$

$$U = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n).$$

Másrészt

$$U = IR_e.$$

Ebből kapjuk:

$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n.$$

Konduktív elemek soros kapcsolása esetén az eredő ellenállásérték a tagok ellenállásértékeinek algebrai összege.

Soros kapcsolat vezetéssparaméterekkel

$$\frac{1}{G_e} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \dots + \frac{1}{G_n},$$

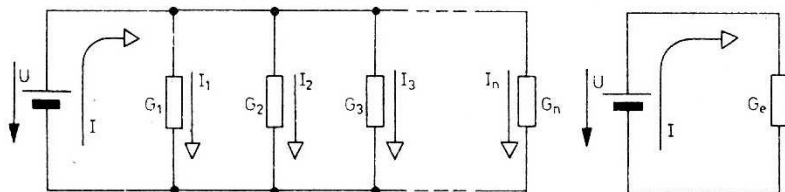
$$G_e = \frac{1}{\frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \dots + \frac{1}{G_n}}.$$

Ez utóbbi a *reciprok összegzés* és jelölése (a \times jel *reciprok összegzést* jelent):

$$G_e = G_1 \times G_2 \times \dots \times G_n.$$

Párhuzamos kapcsolás

A párhuzamosan kapcsolt, konduktív elemek eredőjét *Ohm*-törvénye és *Kirchhoff* csomóponti törvénye alapján lehet meghatározni (2-26. ábra).



2-26. ábra

Konduktív elemek eredő vezetéseértéke párhuzamos kapcsolásuk esetén

A csomóponti törvényt felírva:

$$I - I_1 - I_2 - \dots - I_n = 0,$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$

De

$$I_1 = UG_1; \quad I_2 = UG_2; \quad \dots \quad I_n = UG_n.$$

Ekkor

$$I = UG_1 + UG_2 + \dots + UG_n,$$

$$I = U(G_1 + G_2 + \dots + G_n).$$

Másrészt a telep árama, ha eredővezetést kapcsolunk rá:

$$I = UG_e.$$

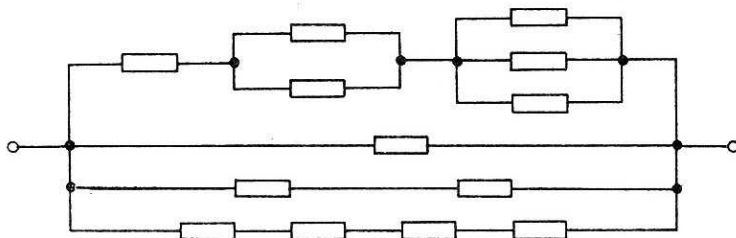
A két egyenlet összevetéséből kapjuk:

$$G_e = G_1 + G_2 + \dots + G_n.$$

Konduktív elemek párhuzamos kapcsolása esetén az eredő vezetéssparaméter a tagok vezetéssparamétereinek az összege. Az eredő ellenállás pedig az ellenállásértékek reciprok összege:

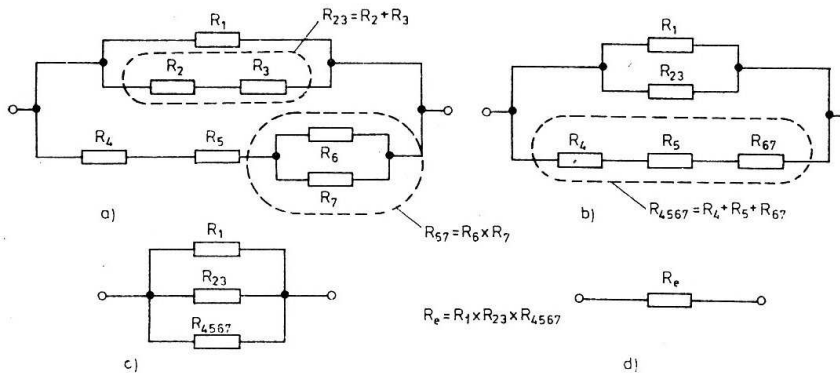
$$R_e = R_1 \times R_2 \times \dots \times R_n.$$

Ellenálláshálózatokban gyakran fordulnak elő egyidejűleg soros és párhuzamos kapcsolások is. Ezt vegyes kapcsolásnak nevezzük. Ilyenkor célszerű lépésenként, az elemi soros és párhuzamos kombinációk összevonásával fokozatosan egyszerűsíteni az áramkört, ekvivalens eredő ellenállást keresni (2-27. és 2-28. ábrák).



2-27. ábra

Konduktív elemek soros—párhuzamos vegyes kapcsolása



2-28. ábra

Eredő ellenállás számítása elemek fokozatos összevonásával

Extrém kétpólus: idealizált elem, nem képes teljesítmény leadásra, de felvétele sem. Két fajtája van. Ezek a rövidzár, illetve a szakadás (2-29.ábra).

Rövidzár esetén:

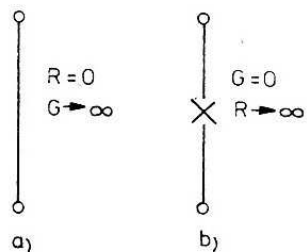
$R = 0$, illetve $G \rightarrow \infty$,

ezért tetszőleges áram mellett a rájutó feszültség $U = 0$.

Szakadás esetén:

$R \rightarrow \infty$, illetve $G = 0$,

ezért $I = 0$.



2-29. ábra

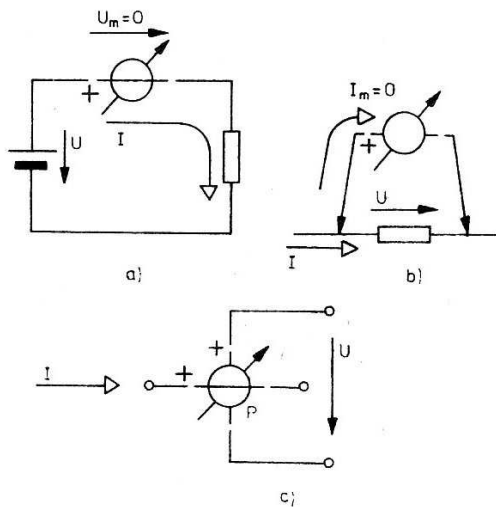
A rövidzárnak és a szakadásnak, mint kétpólusnak a jelölése

Az ideális műszerek - nem vesznek fel teljesítményt - egyben extrém kétpólusok. (Az ábrákon a műszerek idealizált részét egy ferde nyíllal ellátott kör jelöli. A műszerek tényleges fogyasztását egy konduktív elemmel vesszük figyelembe.)

Ideális árammérő: rövidzárként viselkedik, az átfolyó áram hatására nem jön létre feszültség (2-30a ábra).

Ideális feszültségmérő: szakadásként viselkedik, nem folyik át rajta áram (2-30b ábra).

Ideális teljesítménymérő: egy kétpólus-pár, azaz négy kivezetése van. Feszültségérzékelő kapocspárja szakadást, áramérzékelő kapocspárja pedig rövidzárát képvisel. Mutatójának kitérése arányos az átfolyó áram és a rákapcsolt feszültség szorzatával, vagyis a teljesítménnyel.

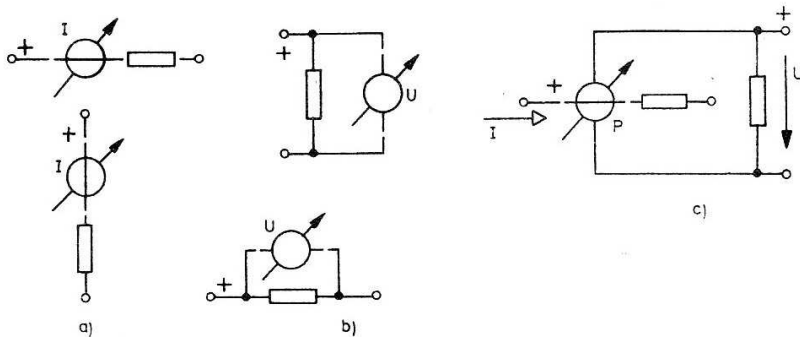


2-30. ábra

Ideális műszerek

a) árammérő; b) feszültségmérő; c) teljesítménymérő

A valóságos műszereknek mindig van fogyasztásuk. Ezt konduktív elem különböző módon való bekapcsolásával vesszük figyelembe (2-32.ábra).



2-32. ábra

A valóságos műszerek helyettesítő képe

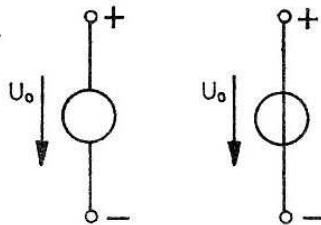
a) árammérő; b) feszültségmérő; c) teljesítménymérő

-

-

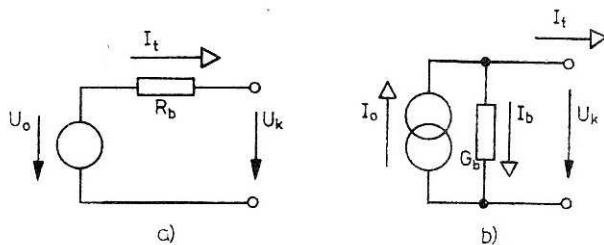
Ideális és valóságos generátorok

Az *ideális feszültségforrás* vagy *ideális feszültséggenerátor* egyetlen adattal jellemezhető aktív kétpólus (2-33.ábra). A jellemzésére szolgáló adat az U_0 forrásfeszültség. Belső ellenállása nulla, tehát belső vezetése végtelen.



2-33. ábra
Az ideális feszültségforrás
kapcsolási rajzokban
szokásos jelölés

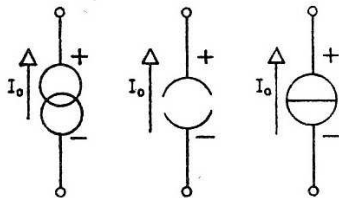
A *valóságos feszültségforrás* (pl. egy telep kapocsfeszültsége) kapcsain mérhető feszültsége azért csökken a terhelőáram növelésével, mert *belső ellenállása* van. A valóságos feszültséggenerátorral azonos tulajdonságú egy *ideális feszültségforrás + vele sorbakapcsolt konduktív elem*. Ez a kétpólus a valóságos feszültséggenerátor helyettesítő képe (2-34a ábra).



2-34. ábra

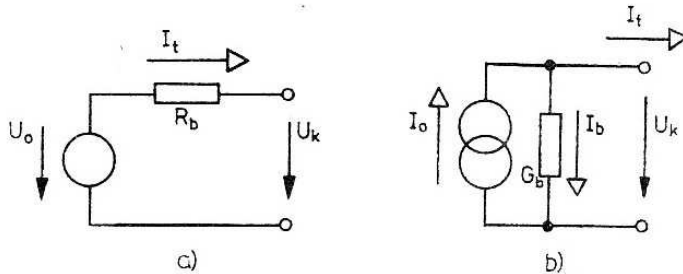
A valóságos feszültségforrás és a valóságos áramforrás helyettesítő kapcsolása

Az *ideális áramforrás* vagy *ideális áramgenerátor* szintén egyetlen adattal, az I_0 forrásárammal jellemezhető (2-35.ábra). Belső vezetése nulla, tehát belső ellenállása végtelen.



2-35. ábra
Az ideális áramforrás kapcsolási
rajzokon szokásos szimbolikus jelölései

A *valóságos áramforrást* egy *ideális áramforrással* és egy *vele párhuzamosan kapcsolt konduktív elemmel* lehet modellezni (2-34b ábra).



2-34. ábra

A valóságos feszültségforrás és a valóságos áramforrás helyettesítő kapcsolása

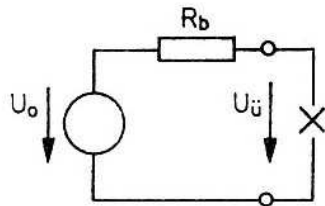
Ugyanaz a *kétpólus* leírható akár *feszültséggenerátoros*, akár pedig *áramgenerátoros* helyettesítő képpel is. A *feszültséggenerátoros* megadást *Thévenin-*, az *áramgenerátorost* pedig *Norton-*helyettesítő képnek nevezzük.

Az aktív kétpólus helyettesítő képeinek analógiái és ekvivalenciája

A két *Kirchhoff*-törvény analógiája miatt a villamos hálózatokban igen sok hasonlóság található. Az egyszerű — a két ideális elemből felépülő —, *aktív kétpólus feszültséggenerátoros* és *áramgenerátoros* helyettesítő képeinek analógiáit, valamint ekvivalenciájukat vizsgáljuk.

Feszültségforrás (Thévenin-kép): A terheletlen feszültségforrás terhelőárama nulla. A forrásfeszültség megjelenik a kapcsokon. Ezért szokás a *forrásfeszültséget üresjárásifeszültségnek* is nevezni (2-37.ábra).

Feszültségforrás

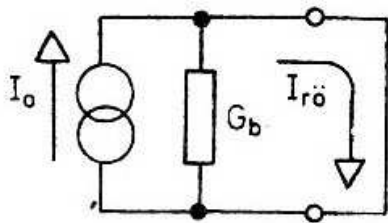


2-37. ábra

A terheletlen feszültségforrás kapcsain megjelenik a forrásfeszültség

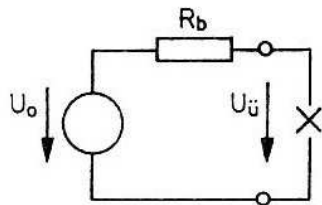
Áramforrás

Áramforrás (Norton-kép): A rövidrezárt áramforrás kapocsfeszültsége nulla. A belső vezetésen nem folyik áram. Ezért szokás a *forrásáramot rövidzárási áramnak* is nevezni (2-38.ábra).



2-38. ábra
Az áramforrás
rövidzárási árama
a forrásáram

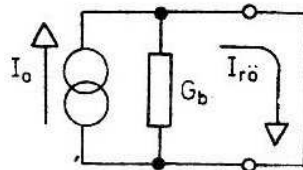
Feszültségforrás



2-37. ábra

A terheletlen feszültségforrás kapcsain megjelenik a forrásfeszültség

Áramforrás

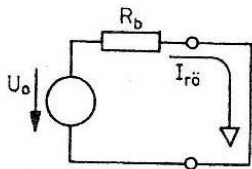


2-38. ábra

Az áramforrás rövidzárási árama a forrásáram

A rövidzárral terhelt feszültségforrás kapocsfeszültsége nulla. A teljes forrásfeszültség a belső ellenállásra jut (2-39. ábra). Így a rövidzárási áram:

$$I_{r\ddot{o}} = \frac{U_0}{R_b} = \frac{U_{\ddot{u}}}{R_b}.$$

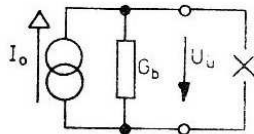


2-39. ábra

A feszültségforrás rövidzárási áramát a forrásfeszültség és a belső ellenállás szabja meg

A szakadással lezárt áramforrás terhelőárama nulla. A teljes forrásáram a belső vezetésen folyik keresztül (2-40. ábra). Az üresjárási feszültség:

$$U_{\ddot{u}} = \frac{I_0}{G_b} = \frac{I_{r\ddot{o}}}{G_b}.$$

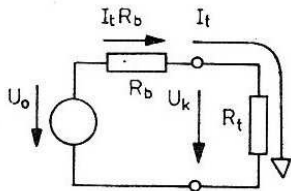


2-40. ábra

Az áramforrás üresjárási feszültségének értéke a forrásáram erősségétől és a belső vezetéstől függ

Az R_t ellenállással terhelt feszültségforrás terhelőárama a 2-41. ábra alapján:

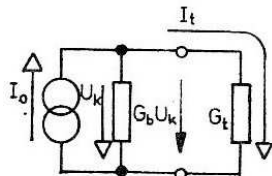
$$I_t = \frac{U_0}{R_t + R_b}$$



2-41. ábra
Véges ellenállásértékkel
terhelt
feszültséggenerátor

A G_t vezetéssel terhelt áramforrás kapocsfeszültsége a 2-42. ábra alapján:

$$U_k = \frac{I_0}{G_t + G_b}$$



2-42. ábra
Véges vezetésértékkel
terhelt áramgenerátor

Függvényeink legcélszerűbben tengelymetszetes alakból ábrázolhatók. Vezessük le tehát a tengelymetszetes alakokat!

$$U_k = -R_b I_t + U_0,$$

$$U_k + R_b I_t = U_0, \quad |:U_0$$

$$\frac{U_k}{U_0} + \frac{I_t}{\frac{U_0}{R_b}} = 1,$$

$$\boxed{\frac{U_0}{R_b} = I_{r\delta} \quad \text{és} \quad U_0 = U_{\bar{u}}}$$

$$I_t = -G_b U_k + I_0,$$

$$I_t + G_b U_k = I_0, \quad |:I_0$$

$$\frac{I_t}{I_0} + \frac{U_k}{\frac{I_0}{G_b}} = 1,$$

$$\boxed{\frac{I_0}{G_b} = U_{\bar{u}} \quad \text{és} \quad I_0 = I_{r\delta}}$$

Feszültségforrás

A kapocsfeszültség:

$$\begin{cases} U_k = U_0 - R_b I_t \\ U_k = -R_b I_t + U_0 \end{cases}$$

Áramforrás

A terhelőáram:

$$\begin{cases} I_t = I_0 - G_b U_k \\ I_t = -G_b U_k + I_0 \end{cases}$$

Ezek a függvények írják le a feszültséggenerátor, ill. az áramgenerátor kapocsfeszültsége és a terhelőáramának erőssége közötti összefüggést.

Az

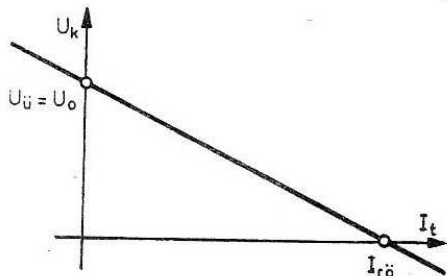
$$U_k = -R_b I_t + U_0 \quad \text{és az} \quad I_t = -G_b U_k + I_0$$

összefüggések lineáris vagy másként mondva elsőfokú függvények. (Alakjuk azonos az $y = mx + b$ függvényével, amelynek függvényábrája egyenes.)

A végső alakok, amelyek megfelelnek az $x/a + y/b = 1$ alaknak:

$$\frac{I_t}{I_{r0}} + \frac{U_k}{U_{\bar{u}}} = 1.$$

A feszültséggenerátor jelleggörbáját a terhelési határesetek (I_{r0} és $U_{\bar{u}} = U_0$) értékei alapján ábrázolhatjuk (2-43. ábra).

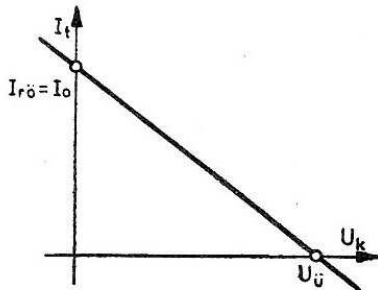


2-43. ábra

Feszültséggenerátor jelleggörbéje

$$\frac{U_k}{U_{\bar{u}}} + \frac{I_t}{I_{r0}} = 1.$$

Az áramgenerátor jelleggörbáját a terhelési határesetek ($U_{\bar{u}}$ és $I_{r0} = I_0$) értékei alapján lehet ábrázolni (2-44. ábra).



2-44. ábra

Áramgenerátor jelleggörbéje

A két függvény ábra egymás inverze. (A tengelyek fel vannak cserélve.) Ezen függvény ábrákat a generátorok karakterisztikájának nevezzük.

Ha egy feszültséggenerátor és egy áramgenerátor karakterisztikája pontosan megegyezik, a két generátor ekvivalens. A két generátor üresjárási feszültsége és rövidzárási árama is azonos. Az ekvivalencia feltételei meghatározhatók az üresjárási és a rövidzárási (terhelési) állapot alapján.

A generátorok üresjárási feszültsége megegyezik, azaz

$$U_0 = \frac{I_0}{G_b}.$$

A rövidzárási áramok egyezése alapján:

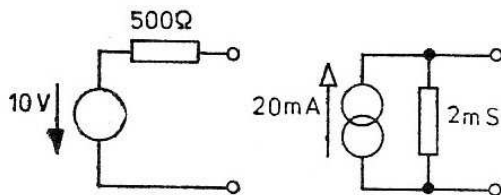
$$I_0 = \frac{U_0}{R_b}.$$

A két egyenletet összevetve:

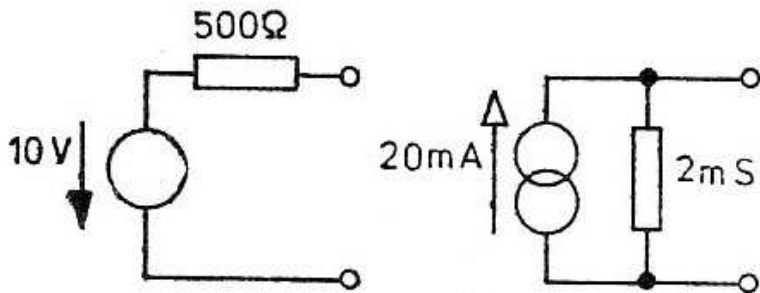
$$G_b U_0 = \frac{U_0}{R_b}, \quad \Rightarrow \quad G_b = \frac{1}{R_b}.$$

Az áramgenerátor forrásáramának a nyílát fordítva kell berajzolni, mint ahogy a feszültséggenerátor nyila elhelyezkedik, és viszont.

Abból, hogy a feszültségforrás belső ellenállásának a reciproka az áramforrás belső vezetése, az következik, hogy a helyettesítő képekben ugyanaz a konduktív elem kapcsolódik sorba az ideális feszültségforrással, mint amelyik párhuzamosan kapcsolódik az ideális áramgenerátorral. *Tehát az aktív kétpólusnak mind a feszültséggenerátoros, mind pedig az áramgenerátoros helyettesítő képeiben ugyanaz a konduktív elem szerepel* (2-45.ábra).



2-45. ábra
Ekvivalens feszültség- és
áramgenerátor-pár



2-45. ábra
Ekvivalens feszültség- és
áramgenerátor-pár

Ha a feszültséggenerátor forrásfeszültségének számértéke megegyezik az áramgenerátor forrásáramának a számértékével, illetve a feszültséggenerátor belső ellenállásának számértéke megegyezik az áramgenerátor belső vezetékének a számértékével, a két helyettesítő kép egymás *duálisa*. A dualitás feltétele tehát:

$$\{U_0\} = \{I_0\}, \text{ illetve } \{R_b\} = \{G_b\}.$$